

dass wir trotz der zwangsläufig unterschiedlichen Perspektive nicht nur an einem Strang ziehen sollten, sondern eben auch können, um die gemeinsam geteilten Ziele zu erreichen.

Auf dem Weg zu dem Ziel der fortwährenden Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts an Schule und Hochschule werden wir diese Woche

den Stand der Forschung in Deutschland inspizieren können. Ich wünsche Ihnen allen, dass Sie mit vielen Eindrücken und neuen Ideen am Ende der Woche aus Paderborn heimkehren können.

Andreas Eichler
(1. Vorsitzender der GDM)

Mathematische Bildung am Ausgang ihrer Epoche? Eine nicht bloß rhetorisch gemeinte Frage

Andreas Vohns

1 Die kurze Antwort

Bevor wir uns näher mit der Frage im Titel dieses Beitrags beschäftigen, möchte ich zunächst der neuen Herausgeberin der MGDM, Daniela Götze, danken, mich auch in den *Mitteilungen* der GDM mit dem potentiell etwas trockenen, ja verstaubten Thema „mathematische Bildung“ an die Mitglieder der GDM wenden zu dürfen.¹ Einige der Lesenden werden schon bemerkt haben, dass ich mich beim Titel des Beitrags recht schamlos am Titel einer posthumen Festschrift für Erich Weniger² bedient habe. Außerdem soll laut Untertitel die Frage nach dem Ausgang der Epoche mathematischer Bildung keine bloß rhetorische sein. Ich soll bzw. will also auf sie antworten, dann auch sofort: Jein.

Das ist als Antwort wohl etwas unbefriedigend, werfen wir also einmal einen Blick in die Zeitung. Unter der Überschrift „Der heilsame Schock“ schreibt Thomas Kerstan zum zehnjährigen Jubiläum von PISA eine eher freudige Grabrede für den Bildungsbegriff: Vor PISA habe man verbissen darüber gestritten³,

was der Nachwuchs denn lernen solle, welche Methoden die besten seien, und führte *hochtrabende Debatten über den Bildungsbegriff*. Nur wusste niemand, was die Schüler im Laufe der Schul-

zeit tatsächlich gelernt hatten, welche Methoden und Rahmenbedingungen am wirksamsten sind.

Die Ausrede all jener, die sich einem Leistungsvergleich nicht stellen wollten, war die Behauptung, *Bildung sei nicht messbar*.

PISA hat die meisten davon überzeugt, dass man *zumindest die Grundbildung in den Kernfächern der Schule weltweit vergleichbar messen kann*. Leistungsvergleiche zwischen Schulen und Bundesländern sind nun weitgehend akzeptiert. (Kerstan, 2011)

Jetzt mögen Sie einwenden, dass ja in „Grundbildung“ irgendwie auch noch der Wortteil „Bildung“ enthalten ist. Ich könnte dann sagen: Ich habe ja auch deutlich mit „Jein!“ geantwortet. Ob das, was seit PISA veranstaltet wird, noch etwas mit „Bildung“ bzw. „Allgemeinbildung“ zu tun hat bzw. haben soll, bedarf offenbar einer etwas längeren Antwort.

Die soll im Folgenden in zwei Schritten erfolgen: Im ersten Teil des Beitrags geht es um die mathematische Bildung angefangen bei Humboldt und endend bei Heinrich Winter. Wobei das „von [...] bis“ da etwas trügt: Für die gut 150 Jahre zwischen Wilhelm von Humboldt und Heinrich Winters jeweilige Auseinandersetzung mit Bildung bzw.

¹ Der vorliegende Text ist eine leicht redigierte Fassung des gleichnamigen Hauptvortrags im Rahmen der GDMV Jahrestagung 2018 vom 7. 3. 2018, der auch als Videoaufzeichnung unter youtu.be/uCFcDSgxOh4 zur Verfügung steht.

² Dahmer, I. & Klafki, W. (Hrsg.). (1968). *Geisteswissenschaftliche Pädagogik am Ausgang ihrer Epoche – Erich Weniger*. Weinheim, Berlin: Beltz

³ Hervorhebungen in Zitaten hier und an allen anderen Stellen von mir



Andreas Vohns beim Hauptvortrag in Paderborn (Foto: © Universität Paderborn)

mathematischer Bildung muss ich mich auf einen kursorischen Überblick beschränken bzw. kann nur Schlaglichter auf ausgewählte, m. E. für das Thema des Beitrags wesentliche Entwicklungen werfen.

Im zweiten, etwas kürzeren Teil wird es dann um die Zeit „nach TIMSS und PISA“, um Konzeptionen von „mathematical literacy“ und die in jüngerer Zeit für diverse Brände verantwortlich gemachten „Kompetenzen“ gehen.

Zum Schluss reformuliere ich dann meine kurze Antwort noch einmal und beschließe den Beitrag stilecht mit fünf Thesen für und wider den Ablass der Bildung.

2 Bildung, Menschen, Bürger(innen), Mathematik: Mathematische Bildung von Humboldt bis Winter

2.1 Humboldt

Zunächst zum Begriff der Bildung: Dessen klassischer Bedeutungsgehalt ist wohl mit keinem Namen so deutlich verbunden wie mit dem von Wilhelm von Humboldt. Humboldt geht es bei Bildung um nicht weniger als um den „wahren Zweck des Menschen“ (Humboldt, 1792/1851, S. 9), nämlich „die höchste und proportionierlichste Bildung seiner Kräfte zu einem Ganzen“ (a. a. O.). Wir haben es hier mit einer *Idee*, einem schon prinzipbedingt unerreichbaren Ideal allgemeiner Menschenbildung zu tun. Denn: In begrenzter Zeit kann der Mensch schwerlich alle Kräfte gleichzeitig so hoch und so proportionierlich wie möglich ausbilden. Welchen

Zweck konnte so eine Idealvorstellung vor gut 200 Jahren haben?

War sie schon damals „pure Ideologie“, wie etwa Peter Damerow (1979) argumentiert hat? Lutz Führer geht davon aus, dass „nicht nur der Mathematikunterricht und nicht nur an preußischen Schulen“ um 1800 „in einem beklagenswerten Zustand“ (Führer, 2000, S. 2) war.

Es halfen nur drei Einsichten:

1. Das öffentliche Ansehen des Lehrerberufs musste verbessert werden, um fähigere und engagiertere Lehrer zu bekommen.
2. Die Mißstände mußten durch staatsautoritäre Eingriffe bekämpft werden.
3. Das war nicht realisierbar, ohne das individuelle und allgemeine Unbehagen namhaft zu machen. (Führer, 2000, S. 2)

Bildung fungiert dabei als *Reglativ* im Sinne einer möglichen Orientierung, „die den Abstand zwischen Ist- und Sollzustand argumentativ zugänglich“ (a. a. O.) machen und unter den Entscheidungsträgern soweit konsensfähig sein sollte, dass autoritäre Eingriffe in das Erziehungssystem nicht als willkürlich, sondern als „plausible Konsequenzen aus einleuchtenden Prinzipien“ (a. a. O.) erscheinen konnten.

Man sollte hier bereits einerseits erwähnen, dass das Bildungszitat von Humboldt aus seinen „Ideen zu einem Versuch, die Grenzen der Wirksamkeit des Staates zu bestimmen“ (Humboldt, 1792/1851) stammt. Bildung steht den staatsautoritären Eingriffen daher auch in dem Sinn als *Reglativ* gegenüber,

dass sie diese gegenüber den Eigenrechten der zu bildenden Person *begrenzt*. Andererseits ist darauf hinzuweisen, dass der Aspekt der nötigen Konsensfindung schon bei Humboldt selbst dazu führte, dass neben hehren Idealen im Bildungsthema seit jeher auch die Frage aufgehoben war, was „Allgemeinbildung“ als Ermöglichung von *Bildung für alle Menschen* realiter bedeuten könnte.

In einem Brief an den preußischen König hält Humboldt mit Blick auf die Zielsetzung seiner Bildungsreformen fest:

Es gibt schlechterdings gewisse Kenntnisse, die allgemein sein müssen, und noch mehr eine gewisse Bildung der Gesinnungen und des Charakters, die keinem fehlen darf.

Jeder ist offenbar nur dann ein guter Handwerker, Kaufmann, Soldat und Geschäftsmann, wenn er an sich und ohne Hinsicht auf seinen besonderen Beruf ein guter, anständiger, seinem Stande nach aufgeklärter Mensch und Bürger ist. Gibt ihm der Schulunterricht, was hierzu erforderlich ist, so erwirbt er die besondere Fähigkeit seines Berufs nachher sehr leicht und behält immer die Freiheit [...] von einem zum anderen überzugehen. (Humboldt, 1809/1971, S. 144f.)

Die so verstandene Allgemeinbildung kann man mit Heinrich Winter (1995, S. 45) auch als „Republikanisierung“ oder mit Hans Werner Heymann (2014, S. 248) als „Universalisierung“ von Bildung im Sinne des erstgenannten Ideals betrachten. Schon in Humboldts Zitat ist dabei mit Norbert Ricken (2006, S. 45) gesagt die ganze „Ambivalenz und Widersprüchlichkeit“ von Allgemeinbildung aufgehoben. Sie wird einerseits den Schulen als Zielsetzung für *alle* Heranwachsenden zugewiesen. Aber bereits im zweiten Atemzug wird eingeräumt, dass eben jeder nur „seinem Stande nach ein aufgeklärter Mensch und Bürger“ (Humboldt, 1809/1971, S. 144) werden könne und solle. Schließlich straft das Zitat mit der Behauptung von allgemeiner Bildung als Voraussetzung spezieller, beruflicher Bildung all jene Lügen, die einen scharfen Widerspruch sehen wollen zwischen Bildung als „Zweck an sich selbst“ Ricken (2006, S. 17), als „Humanisierungsversprechen“ (a. a. O.), „Anerkennung, Empathie und Herzensbildung“ (a. a. O., S. 17) einerseits und Bildung als „Mittel zu anderen – meist ökonomischen Zwecken“ (a. a. O., S. 16f.) andererseits, vermittelt Erwerbs von „Wissen, Reflexion, Orientierung und Urteilskraft oder allgemein ‚Kompetenz‘“ (a. a. O., S. 16).

Dass etwas *auch* der Vorbereitung der späteren Lebens- und Berufspraxis nützlich sein möge, kann *nicht grundsätzlich in Widerspruch* zu den Zielen allgemeiner Bildung gesetzt werden. So heißt es bei Humboldt (1809/2017, S. 134) an anderer Stelle:

- dass durch die allgemeine Bildung „die Kräfte, d. h. der Mensch selbst gestärkt, geläutert und geregelt werden“ (a. a. O.) solle, durch die Berufsausbildung soll er hingegen „nur Fertigkeiten zur Anwendung erhalten“ (a. a. O.).
- Für Allgemeinbildung sei daher „jede Kenntnis, jede Fertigkeit, die nicht durch vollständige Einsicht der streng aufgezählten Gründe, oder durch Erhebung zu einer allgemeingültigen Anschauung [...] die Denk- und Einbildungskraft, und durch beide das Gemüt erhöht, tot und unfruchtbar“ (a. a. O.).
- Für berufliche Bildung müsse man „sich sehr oft auf in ihren Gründen unverständene Resultate beschränken, weil die Fertigkeit da sein muss, und Zeit oder Talent zur Einsicht fehlt“ (a. a. O.).
- Ein Hauptzweck von Allgemeinbildung sei daher gerade Berufsausbildung „so vorzubereiten, dass nur für wenige Gewerbe noch unverständene, und also nie auf den Menschen zurück wirkende Fertigkeit übrigbleibe“ (a. a. O.).

Geschieden wird hier also zwischen „Allgemeinbildung“ und „Ausbildung“ zunächst entlang der Trennlinie „Aufklärung“ und „Anpassung“, sodann wird erneut durchaus die Zweckmäßigkeit der Bildung als Vorbildung für die Berufspraxis hervorgehoben, deren Flexibilisierung und Aufklärung zu dienen sogar ein *Hauptzweck von Bildung* sei. Soweit die Theorie, gemäß dem Friedrich Engels zugeschriebenem Spruch: „Berufsbildung ist die Allgemeinbildung der Beherrschten, Allgemeinbildung ist die Berufsbildung der Herrschenden“ ist allerdings davon auszugehen, dass die „niedere“ nicht gymnasiale Volksbildung faktisch eben doch ganz unmittelbar der Berufsvorbildung diene, also dem Erwerb eher routinemäßig zu beherrschender praktischer Fertigkeiten.

Es erscheint auch hinsichtlich des Rechen- und Mathematikunterrichts der letzten 200 Jahre als eher zweifelhaft, inwieweit dieser durchgängig vom Wunsch nach „Einsicht der streng aufgezählten Gründe“ geleitet wurde. Ohne den Erwerb von vielfach nicht oder schlecht verstandenen Routinefertigkeiten war es offenbar zu keiner Zeit faktisch zu bewerkstelligen – um die Formulierung Humboldts aufzunehmen –, junge Menschen zu stärken, zu läutern und zu regeln.

Der Widerspruch, dass Bildung ein Ideal für alle Menschen sein möge, dennoch ein nach Ständen getrenntes Bildungswesen etabliert wird, spiegelt sich überdies deutlich in der Trennung von Rechen- und Mathematikunterricht. Die behauptete Allgemeinbildung ist damit schon ihrer äußeren Form nach – mit den Worten Heinrich Winters – von jeher „dem Dilemma in der Zielprojektion zwischen Anpassung und Aufklärung“ ausgesetzt und eng damit verbunden dem Spannungsfeld zwischen „ma-

thematischer Systematik und Lebenswirklichkeit“ (Winter, 1990, S. 134).⁴

2.2 Zwischen Humboldt und Winter

Was passiert nun in den gut 150 Jahren zwischen Humboldt und Heinrich Winter? Ich muss mich hier auf einige Schlaglichter beschränken.

Erstens, gesamtgesellschaftlich und bildungspolitischer Bereich: Die neuhumanistische Idee, dass Menschen, die sich möglichst allseitig und von Praxiszwängen frei mit Kultur beschäftigen, dann auch gute Menschen werden, also das sogenannte „Humanisierungsversprechen“ wurde erheblich erschüttert. Nämlich durch den Umstand – mit Adorno gesagt –

daß Menschen, die zuweilen mit Passion und Verständnis an den sogenannten Kulturgütern partizipierten, unangefochten der Mordpraxis des Nationalsozialismus sich verschreiben konnten. (Adorno, 1959, S. 94/5)

Andererseits haben wir seit der Nachkriegszeit eine halbwegs stabile Demokratie im deutschsprachigen Raum und es gab in den 1960er Jahren unter Dahrendorf (1965) und Picht eine Renaissance des Anspruchs von Allgemeinbildung als „Bildung für alle“. Der Zugang zu höherer, gymnasialer Bildung, im 19. Jahrhundert noch 2–7 % der männlichen Heranwachsenden vorbehalten, wurde erheblich erweitert.

Zweitens, Pädagogik und Erziehungswissenschaft: Die haben eine ausgeprägte Hassliebe zum Bildungs- bzw. Allgemeinbildungsbegriff entwickelt, ihn immer mal wieder beiseite gelegt und durch Erziehung, Enkulturation oder Sozialisation zu ersetzen versucht, sind dann aber doch wieder bei ihm gelandet (Vgl. Ricken, 2006, S. 9–30).

Andererseits kann man vielleicht als Konsens ansehen, dass schulische Bildungs- oder Enkulturationsbemühungen allgemein nur mehr als möglich erachtet werden, wenn Kultur und Gesellschaft nicht einfach als unkritisch gegeben und zu vermitteln hergenommen werden. Kultur und Gesellschaft gelten viel mehr als kritisch in den Blick zu Nehmendes und hinsichtlich seiner Veränderbarkeit zu Befragendes (Vgl. exemplarisch Koller, 2012). So hält etwa Wolfgang Klafki schon für den bereits erwähnten Erich Weniger fest, dass Bildung

als Begegnung mit Inhalten der kulturellen Tradition, von ihm nicht als normativ verbindliche Verpflichtung auf ein vermeintlich übergeschichtliches geistiges Erbe verstanden wurde,

vielmehr als in der bildenden Begegnung glaubhaft zu repräsentierendes „Angebot“, angesichts dessen junge Menschen zu ihren eigenen Interessen, Wertungen, Entscheidungen finden sollten. (Klafki, 1995, S. 393)

Drittens, Mathematik: Diese kann sich bedingt durch ihre zentrale Rolle in der Lehrerbildung ab Mitte des 19. Jahrhunderts an deutschen Universitäten institutionell etablieren. Im gleichen Zug wächst das wissenschaftliche Wissen in der Mathematik in einem unvorhergesehenen Ausmaß (Vgl. Jahnke, 1990; Schubring, 1990).

Andererseits führt dies auch dazu, dass schon zum Ende des 19. Jahrhunderts erstmals die jüngst wieder aufflammende Klage eines zu weiten Zurückfallens der schulischen Mathematikausbildung hinter die Ansprüche der Universität laut wird (Vgl. Krüger, 2000; Schubring, 2007).

Mit der zunehmenden Etablierung der Mathematik als eigenständige Disziplin geht auch eine zunehmende Verbreitung mathematischer Methoden in fast allen Wissenschaftsbereichen und vielen Bereichen des öffentlichen, ja sogar privaten Lebens der Menschen einher (Vgl. Porter, 1996; Ullmann, 2008).

Dieser Mathematisierung steht *andererseits* auch eine Tendenz der Demathematisierung gegenüber: Mathematik ist zwar allgegenwärtig, doch unsichtbar. Sie ist implizite Mathematik, die sich in Maschinen, Geräten, Programmen und Algorithmen versteckt. Deren ganzer Zweck besteht aber gerade darin, als „Black-box“ zu funktionieren, die nicht mehr, sondern weniger „händisches“ mathematisches Können erforderlich macht (Vgl. Keitel, Kotzmann, und Skovsmose, 1993; Gellert und Jablonka, 2007).

Viertens, Mathematikunterricht: Hier gab es zwei größere Reformbemühungen, die jeweils hinsichtlich ihrer Folgen und Erfolge eher ambivalent einzuordnen sind: Zu Beginn des 20. Jahrhunderts die Meraner Reformen (denen verdanken wir u. a. Analysisunterricht) und dann in den 1960er/frühen 70er Jahren die »Neue Mathematik« (von der ist außer einigen Mengensprechweisen und Äquivalenzpfeilen aber eher wenig von Bestand gewesen).

Andererseits läuten die 1960er bzw. 70er Jahre jedenfalls nominell das Ende des Schismas von Rechen- und Mathematikunterricht ein – das Fach heißt jetzt überall Mathematik – niedere und höhere Bildung haben wohl immer noch graduell andere Bildungsansprüche, aber eben nicht mehr prinzipiell.

⁴ Ich kann das an dieser Stelle aus Platzgründen nicht weiter vertiefen, ersatzweise sei auf Vohns (2016) verwiesen.

Soweit die Schlaglichter. Bevor ich zu Winter komme: Was soll uns das alles sagen? Nun, im Wesentlichen, dass es angesichts all dieser jeweils ambivalenten Entwicklungen in Gesellschaft, Pädagogik, Mathematik und Mathematikunterricht nicht weiter verwunderlich ist, dass das, was man in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts als Bildungsansprüche für Mathematikunterricht formuliert hat, sich in vielen Punkten *notwendig* von dem unterscheidet, was man Anfang des 19. Jahrhunderts formuliert hat. Daraus *alleine* würde ich aber nur eine Transformation der Bildungsidee ableiten wollen, nicht das Ende ihrer Epoche.

2.3 Winter

Ich komme zu Heinrich Winter, genauer gesagt: Ich komme zu seinem epochalen Text „Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht?“, der am Ende ausdrücklich und intentional ein Fragezeichen stehen hat – hier wird eben eine Perspektive der Entwicklung aufgezeigt, neuerlich eine regulative Idee gedacht, nicht selbstverständliche Wirkungen real existierenden Unterrichts beschrieben. Winter (1975) will „die vielfältigen Aktivitäten beim wirklichen Lernen von Mathematik bündeln und ihre genetischen Wurzeln freilegen“.

Dazu bedürfe es sowohl eines „Bildes von der Mathematik“ als auch eines „Bildes vom Menschen“. Winter (1975) gelangt dabei zu der Gegenüberstellung in Abbildung 1. Sie erkennen hier deutlich den Versuch, ein facettenreiches Bild von Mathematik als Medium „allseitiger Bildung“ zu zeichnen. Auffällig ist an dieser Stelle, dass dem „Mensch als gesellschaftlichem Wesen“ oder eben als Bürgerin und Bürger, hier nicht ausdrücklich ein eigener Punkt gewidmet ist. Das sieht im wohl noch bekannteren Text „Mathematikunterricht und Allgemeinbildung“ (Winter, 1995) schon etwas anders aus:

Der Mathematikunterricht sollte anstreben, die folgenden drei Grunderfahrungen, die vielfältig miteinander verknüpft sind, zu ermöglichen:

- (1) Erscheinungen der Welt um uns, die *uns alle angehen oder angehen sollten*, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, *in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen*,
- (2) mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen,
- (3) in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen, (heuristische Fähigkeiten) zu erwerben. (Winter, 1995, S. 37)

Genauer ansehen sollten wir uns dabei Grunderfahrung (1): Man könnte geneigt sein zu unterstellen, bei Punkt (1) ginge es vor allem um Mathematik als nützliche, brauchbare Disziplin. Eine Lesart, die Grunderfahrung (1) zur „Nützlichkeit“ verkürzt, unterschlägt aber zwei ganz entscheidende Spezifikationen: Es soll nach Winter darum gehen, *Dinge „die uns alle angehen oder angehen sollten“* durch Mathematik „in einer spezifischen Art und Weise wahrzunehmen und zu verstehen“. Dazu heißt es bei Winter (1995) weiter:

In (1) ist die Mathematik als nützliche, brauchbare Disziplin angesprochen und tatsächlich ist sie in dieser Hinsicht von schier universeller Reichweite. Dies allein impliziert noch nicht eine Bedeutung für Allgemeinbildung; [...] Interessant und wirklich unentbehrlich für Allgemeinbildung sind Anwendungen der Mathematik erst, wenn in Beispielen aus dem gelebten Leben erfahren wird, wie mathematische Modellbildung funktioniert und welche Art von Aufklärung durch sie zustande kommen kann, und Aufklärung ist Bürgerrecht und Bürgerpflicht. (Winter, 1995, S. 38)

Die Zurückweisung der Legitimation von Mathematik als Bildungsgegenstand allein auf Basis ihrer Nützlichkeit im alltäglichen Leben findet sich bereits fünf Jahre vor den berühmten „Grunderfahrungen“ in Winters Aufsatz „Bürger und Mathematik“ (Winter, 1990). Zur aktuellen Bedeutung des oben schon erwähnten Spannungsverhältnisses von Anpassung und Aufklärung hält er fest, dass es vor allem die Frage betrifft:

- Sollen „die Schüler in erster Linie für nützlich erachtete Dinge der späteren privaten Lebens- und Berufspraxis lernen [...], um sich dort möglichst erfolgreich (oder gar clever) behaupten zu können“ (Winter, 1990, S. 134)?
- Oder aber: Sollen „die Schüler mehr (bzw. darüber hinaus) zu Bürgern im Sinne von mündigen Demokraten herangebildet werden, also Weltkenntnis, Urteilsfähigkeit, Handlungs- und Verantwortungsbereitschaft in Fragen des öffentlichen Lebens der Menschen erwerben“ (a. a. O.)?

Dabei ist sich Winter der besonderen Herausforderung von Aufklärung in der arbeitsteilig organisierten modernen Gesellschaft vollends bewusst. Heute stelle sich das Problem der Aufklärung „vor allem als ein Problem des Ungleichgewichts zwischen den jeweils kleinen Gruppen von Experten (für Steuerwesen, Industriemanagement, Gentechnik, Computerwesen usw.) und der großen Masse der Laien“ (Winter, 1990, S. 132). Es helfe auch nur bedingt, dass in den meisten Wissensbereichen „prinzipiell jedermann Zugang habe“, weil „der

Mensch	Mathematik	Allgemeines Lernziel	
		der Schule	des Mathematikunterrichts
als schöpferisches, erfindendes, spielendes Wesen	als schöpferische Wissenschaft	Entfaltung schöpferischer Kräfte	heuristische Strategien lernen
als nachdenkendes, nach Gründen und Einsicht suchendes Wesen	als beweisende, deduzierende Wissenschaft	Förderung des rationalen Denkens	Beweisen lernen
als gestaltendes, wirtschaftendes, Technik nutzendes Wesen	als anwendbare Wissenschaft	Förderung des Verständnisses für Wirklichkeit und ihre Nutzung	Mathematisieren lernen
als sprechendes Wesen	als formale Wissenschaft	Förderung der Sprachfähigkeit	Formalisieren lernen

Abbildung 1. Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht? (Winter, 1975, S. 16)

hohe und zunehmende Grad an Spezialisierung einschließlich der zugehörigen Fachsprachlichkeit [...] die Ausbreitung einer allgemeinen Informiertheit ungeheuer“ (a. a. O.) erschwere. Als Laie mache man es sich aber dennoch ganz im Kantschen Sinne zu „bequem“,

wenn man die gutachterlichen Äußerungen der Experten gläubig vernehme, ohne sie begreifen zu können, wenn man also als Laie brav befolgte, was die Experten und die mit ihnen evtl. verbundenen Machtgruppen sagen.

Soll [...] der ‚normale Bürger‘ trotz aller Hemmnisse ein gewisses Maß an Einsicht, Urteilsfähigkeit und Handlungsorientierung erlangen (Winter, 1990, S. 134)

so erwachse daraus das „Problem der Aufklärung“. Mathematikunterricht kommt dabei insofern ins Spiel, als nach Winter „die Mathematik nicht nur das Beschreibungsmittel für Naturwissenschaftler und das Arbeitsmittel für Ingenieure“ sei, sondern die „rational planende, kalkulierende und agierende Arbeitsweise sich generell in nahezu allen Wissenschaften ausgebreitet hat und [...] in die öffentliche und alltägliche Kommunikation“ (a. a. O., S. 133) hineinreiche.

„Mathematisches Modellieren“ zeigt für Winter dann eine Perspektive auf, sich diesem Phänomen anzunehmen, wenn zum einen „eine entschiedene Umorientierung im Gegenständlichen“ umgesetzt wird, „nämlich eine Abkehr vom Lösen isolierter und letztlich doch nur fachsystematisch sinnvoller Übungsaufgaben und eine Hinwendung zum geistigen Ordnen und Deuten von Situationskomplexen in ihrer mathematisch-sachkundlichen Doppelnatur, die prinzipiell für alle Menschen wichtig“ (Winter, 1990, S. 135) sei. Zum anderen hält

es Winter für eine Voraussetzung eines aufklärenden Mathematikunterrichts, das Kantsche „Sapere aude!“ (a. a. O.) auch dahingehend zu verstehen, ganz generell „mehr Selbsttätigkeit anzustreben, mehr entdeckenlassenden Unterricht zu ermöglichen“ (a. a. O.).

Dieses „Sapere aude!“ – sich also seines Verstandes ohne Leitung eines anderen zu bedienen, vielleicht sogar sich seines Verstandes auch ohne Führung und Verführung durch Mathematik zu bedienen – ist es umgekehrt auch, was den didaktisch herausfordernden Kern von Winters beiden anderen Grunderfahrung ausmacht. Wenn es um die Mathematik als „geistige Schöpfung, als deduktive Welt eigener Art“ geht, so kann diese mit Winters Lernzieltabelle von 1975 einerseits als eine Ausdrucksform des „schöpferischen, erfinderischen, spielenden Wesens“ gesehen werden, andererseits kommt in ihrem deduktiven Aufbau der Mensch als „nachdenkendes, nach Gründen, Einsicht suchendes Wesen“ zum Ausdruck.

Was die „emanzipatorische“ oder bürgerinnenbildende Qualität dieser Grunderfahrung angeht, gibt sich Winter (1990) hingegen eher vorsichtig skeptisch. Arbeiten in „reinen mathematischen Gefilden“ entfaltet seiner Ansicht nach erst dort emanzipatorisches Potential, wo „die Reflexion auf das mathematische Tun selbst ein Bewußtsein von den Voraussetzungen und Möglichkeiten des Denkens vermittelt“ (a. a. O., S. 133).

Auch jener in der dritten Grunderfahrung geäußerte Anspruch, „in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten“ zu entwickeln, „die über die Mathematik hinausgehen“ ist analog eben kein Selbstläufer, setzt nach Winter ebenfalls „Reflexion auf das eigene Denkhandeln“ voraus (a. a. O., S. 42).

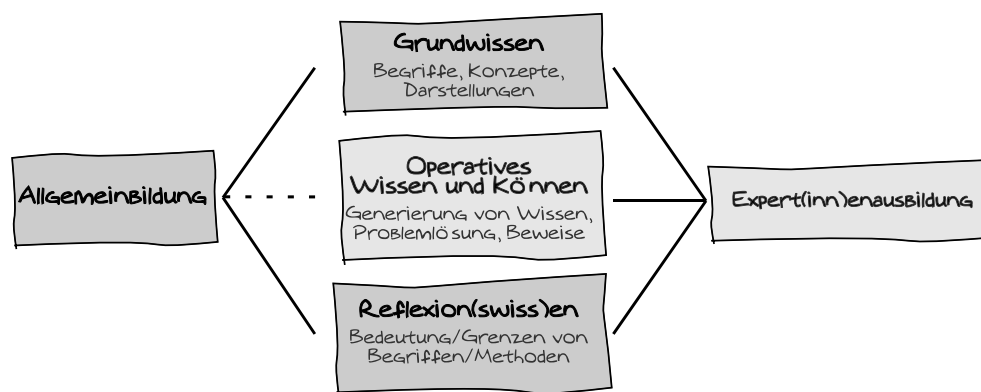


Abbildung 2. Kommunikationsfähigkeit mit Expert(inn)en (Fischer, 2001)

2.4 Ausweitung

Ich möchte an dieser Stelle den Blick noch einmal ausweiten und fragen:

- Woher rührt eigentlich die von Winter beschriebene Ausbreitung der Mathematik in der Gesellschaft?
- Welches mathematische Wissen und Können müssten sich in einer zunehmend Mathematik als *scheinbar unproblematischer* bzw. *nicht zu problematisierender Technologie* vertrauenden Gesellschaft alle Menschen und Bürgerinnen erarbeiten?
- Und: Inwiefern ist zur Kontrolle der Expertinnen und Experten überhaupt oder wenigstens in erster Linie *mathematisches* Wissen und Können gefragt?

Ein in der Ökonomie und der Politikwissenschaft populärer Beschreibungsansatz für spezifische Probleme der Expert(inn)en-Lai(inn)en-Kommunikation ist die „Prinzipal-Agent-Theorie“ (vgl. u. a. Jensen und Meckling, 1976; Gilardi und Braun, 2002). Es geht dabei um jene wirtschaftlichen, politischen aber auch privaten Situationen, in denen Problemlösungen, die spezifisches Wissen und Können erfordern, an Dritte als Ausführende delegiert werden. Wir lassen uns etwa in der Bank über einen Kredit oder im Krankenhaus über eine OP beraten, wir informieren uns (hoffentlich) über die Programme der politischen Parteien oder über zur Wahl stehende Kindergärten und Schulen, denen wir unseren Nachwuchs anvertrauen mögen.

Gemeinsames Strukturmerkmal dieser Situationen ist nun die Asymmetrie der Kommunikation: Der „Agent“ verfügt über einen Informations- und (hoffentlich auch) Fähigkeitsvorsprung, was die konkrete Problemlösung betrifft (Kreditwesen, OP, Land regieren, Kinder großziehen), der „Prinzipal“ trägt zu einem gewissen Grad die Verantwortung für die Problemlösungen: *Sie*, liebe Leserinnen und Leser, unterzeichnen Kreditvertrag oder OP-

Zustimmung, *Sie* zahlen die Steuern und *Sie* sind die formell Erziehungsberechtigten.

Mathematische und statistische Verfahren kommen in solchen Situation nun gleich doppelt vor: Einerseits können die Expert(inne)n bzw. Agent(inn)en Mathematik als Arbeitsmittel verwenden, vor allem solche, die der Prinzipal nicht selbst beherrscht. Andererseits kontrollieren Prinzipal(inn)e(n) Agent(inn)en durch Mathematisierung, insbesondere über Kennzahlen, gerade dort, wo sie innerfachliches Handeln selbst nicht wirklich verstehen.

Dieser Gebrauch von Mathematik zur Kontrolle eines dem Einzelnen bzw. der Gemeinschaft nicht zugänglichen fachlichen Handelns stellt nun eine ganz neue Dimension des Gebrauchs von Mathematik dar, die maßgeblich zu deren Ausbreitung in der Moderne beigetragen haben dürfte und gegenüber den Zeiten Kants und Humboldts ganz neue Herausforderungen für Aufklärung mit sich bringt.

Hier seien stellvertretend drei Bücher angeführt, die sich kritisch mit Mathematik als „Vertrauentechologie“ beschäftigen:

- *Trust in Numbers: The Pursuit of Objectivity in Science and Public Life* (Porter, 1996)
- *Mathematik, Moderne, Ideologie: Eine kritische Studie zur Legitimität und Praxis der modernen Mathematik* (Ullmann, 2008)
- *Die bezifferte Welt: Wie die Logik der Finanzmärkte das Wissen bedroht* (Crouch, 2015).

„Vertrauentechologie“ meint hier die (durchaus nicht unproblematische) Idee, dass sich Objektivität quasi „mechanisch-automatisch“ durch die für die moderne Mathematik typischen Systeme regelhafter Darstellung und Verarbeitung von Informationen herstellen lässt.

Auf diese Technologie wird sowohl innerwissenschaftlich vertraut – denken Sie etwas die zunehmende Formalisierung der Mathematik im 19. und

20. Jahrhundert oder die Ausbreitung der Statistik in der Medizin, der Bildungsforschung, ja auch: der Mathematikdidaktik selbst –, wie auch in der Kommunikation zwischen Öffentlichkeit und Wissenschaft – denken Sie etwa an die Kennzahlen aus den Ziel- und Leistungsvereinbarungen, die ihre Universität mit dem für Sie zuständigen Ministerium abschließt. Ein *Aufklärungshindernis* stellt das gleich im doppelten Sinn dar: Die Zahlen verdecken eine Ebene des unter ihnen liegenden, nun nicht mehr kontrollierten Agenten-Handelns, und die Verfahren der Produktion dieser Zahlen bleiben als solche eben doch oft nebulös.

Ein Bildungskonzept, das sich dieser neuen Rolle von Mathematik besonders annimmt, stammt bekanntlich von meinem pensionierten Klagenfurter Kollegen, Roland Fischer (2001) (s. a. Fischer, 2012; Abb. 2).

Sein Konzept differenziert deutlich zwischen Mathematik als MINT-Vor-Ausbildung und Mathematik als Medium der „Lai(inn)enbildung“. Für die Lai(inn)en-Rolle können operatives Wissen und Können nicht die entscheidende Rolle spielen, sind es doch gerade die ausführenden mathematischen Problemlöse- und Modellierungstätigkeiten, die man später in dieser Rolle gern an andere delegiert. Entscheidender sei ein solides Verständnis mathematischer Begriffe, Konzepte und Darstellungen (Grundwissen), sowie die Beschäftigung mit der Bedeutung von Mathematik für Mensch und Gesellschaft, eine Ahnung davon, wie Mathematik gleichsam „Verstärker“ wie auch „Scheuklappe“ unseres Denkens sein kann (Reflexionswissen).

Hier wird es nun schwierig: Im Reflexionswissen interagieren mathematische Wissensbestandteile im engeren Sinne notwendig mit Wissen über und Verständnis der Kontexte ihres Einsatzes. Und: Schon in „Unterricht als Prozess der Befreiung vom Gegenstand“ (Fischer, 1984) hatte Fischer argumentiert, dass dieser Prozess auch zu einer Emanzipation gegenüber Mathematik verhelfen solle, ja zu einer Distanzierung von Mathematik, der Verweigerung ihres Einsatzes. Das sind aber beides Momente, die mit den hergebrachten Zielsetzungen von Mathematikprüfungen und -unterricht nur bedingt vereinbar sind – ja bei denen sogar fraglich ist, ob sie als gesellschaftlich konsensuelle Zielsetzungen nicht hinter die breit akzeptierte MINT-Vorbildung weit zurückfallen.

Das Phänomen der Interaktion von „Mathematik im engeren Sinne“ mit deutlich über Mathematik hinaus weisenden Wissensdomänen ist auch typisch für ernstzunehmende Ansätze von „mathematical“ bzw. „statistical literacy“ – wie sie auch der GDMV-Hauptvortragende vom Donnerstag, Iddo Gal, vertritt. Auch Gal (2002) geht davon aus, dass für die Allgemeinheit relevanter Statistik-

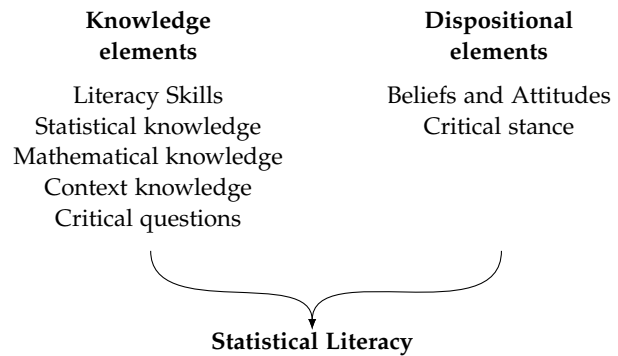


Abbildung 3. Adults' Statistical Literacy (Gal, 2002)

unterrichtet sich eben nicht vornehmlich mit Mathematik aus Sicht der Produzenten von Statistik, sondern aus Sicht der Konsumenten von Statistik beschäftigen muss. In seinem Modell statistischer Literalität wird dabei deutlich, dass mathematisches und statistisches Wissen und Können für diese Zielgruppe zwar eine wichtige Bedeutung haben, aber eben auch ganz andere Dinge wichtig sind (etwa allgemeine Lesefähigkeiten, Kontextwissen, eine grundlegende kritische Haltung, vgl. Abb. 3).

3 Numeracy, Mathematical Literacies, Competencies: Mathematische Bildung (?) „nach TIMSS & PISA“

3.1 Mathematical Literacies

Wir sind damit im zweiten Teil des Beitrags angelangt, in dem es um „mathematical literacy“ gehen soll. Zur Erinnerung: Anfangs hatte ich die Frage aufgeworfen, ob „Grundbildung“ denn noch „Bildung“ sein soll oder will. „Grundbildung“ ist aber nichts anderes, als die etwas behelfsmäßige Übersetzung des Terminus „mathematical literacy“. Um diesen und die mit ihm eng verbundenen „Kompetenzen“ soll es also im Folgenden gehen.

In der Überschrift steht jetzt „literacies“, nicht „literacy“, weil es sich um eine recht facettenreiche Idee handelt, die sehr unterschiedliche, auch widersprüchliche Zielsetzungen und Wege der Zielerreichung kennt, die in Abbildung 4 zusammengestellt sind. Wobei diese Idee im deutschsprachigen Raum dann im Wesentlichen sensu PISA wahrgenommen und enger gefasst und dadurch erst politisch konsensfähig, also zu einem Allgemeinbildung entsprechenden *Regulativ* wird.

Woher stammt dieses Konzept ursprünglich? Konzeptionen von „mathematical literacy“, „quantitative literacy“ oder „numeracy“ wurden im englischen Sprachraum, insbesondere in Großbritannien bereits seit Ende der 1950er-Jahre diskutiert. „Literacy“ (ohne mathematical) ist zunächst ein Begriff aus dem Bereich der Sprachwissenschaft, der sich nicht so gut ins Deutsche übersetzen lässt, weil die

Mathematical literacy *for*

- developing human capital
 - cultural identity
 - social change
 - environmental awareness
 - evaluating mathematics
- (Jablonka, 2003)

Mathematical literacy *by*

- progressive mathematization & theorizing mathematics
 - teaching modelling & applications
 - using mathematics as a means for social critique
 - using ethnomathematics as cultural critique
 - analyzing & evaluating the social use of mathematics
- (Gellert, Jablonka, & Keitel, 2001/2010)

Abbildung 4. Mathematical Literacies

deutsche Sprache ursprünglich nur sein Gegenteil kennt: Analphabetismus.

Als Keimzelle der „mathematical literacy“ Konzeptionen gilt der durch den britischen Crowther-Report von 1959 geprägte Begriff von „numeracy“:

On the one hand is an *understanding of the scientific approach* to the study of phenomena – observation, hypothesis, experiment, verification.

On the other hand is a *need* in the modern world to think *quantitatively*, to realise how far our problems are problems of degree even when they appear as problems of kind. (Crowther, 1959, S. 270)

„Numeracy“ ist hier ein recht anspruchsvolles Verständnis der Notwendigkeit quantitativen Arbeitens im Kontext wissenschaftlichen Arbeitens. Der Crowther-Report fokussiert 15–18-jährige Lernende und seine wesentliche Aufgabe besteht darin, Anforderungen an den Unterricht in dieser Alltagsgruppe zu beschreiben, die sich aus dem weiteren Bildungsweg an tertiären Bildungsinstitutionen ergeben. Es geht also eher um Wissenschaftspropädeutik im Rahmen allgemeiner Studierfähigkeit, „Nature of Science“ bzw. „Nature of Mathematics“, weniger um basale Fähigkeiten für das alltägliche private oder öffentliche Bürger(innen)leben.

Schon eher in diese Richtung tendiert der in den 1980er Jahren erschienene, ebenfalls britische Cockcroft-Report. Mit seinem Report wird „numeracy“ wie folgt beschrieben:

We would wish ‘numerate’ to imply the possession of two attributes:

The first of these is an ‘at-homeness’ with numbers and an ability to make use of *mathematical skills* which enable an individual to cope with the *practical mathematical demands* of his everyday life.

The second is ability to *have some appreciation and understanding of information which is presented in mathematical terms*, for instance in graphs, charts or tables or by reference to percentage increase or decrease. (Cockcroft, 1982, S. 11)

Hier wird nun „numeracy“ ganz analog wie „literacy“ für sprachliche Fähigkeiten und Fertigkeiten

als „funktionale Alphabetisierung“ verstanden, als Sammelbegriff dafür, einerseits elementare mathematische Fertigkeiten zur Bewältigung konkreter Alltagssituationen einsetzen zu können und andererseits über eine „Lese- und Interpretationsfähigkeit“ für mathematische und mathematikhaltige Darstellungen zu verfügen, etwa Tabellen, Funktionsgraphen, statistische Grafiken und Prozentangaben. Cockcroft und seinem Komitee geht es also in der Tat um ein basales Niveau an Wissen und Können, das jedenfalls helfen soll, in Problemsituationen des Erwachsenenlebens nicht schon an der Mathematikhaltigkeit der Situation bzw. Situationsbeschreibung zu scheitern.

Auch in dem in PISA 2000 verwendeten Terminus „mathematical literacy“ schwingt diese Konnotation mit. Es gäbe vermutlich etwas weniger Streit um PISA, wenn sich die diesem Terminus an die Seite gestellte Definition und die Berichterstattung über PISA darauf einließen, dass hier im Kern basale mathematische Fähigkeiten überprüft werden, die in Alltagssituationen aller Menschen relevant *werden können* – was ein wichtiges Ziel des Mathematikunterrichts sein kann, aber kaum dessen einziges Ziel sein muss.

Die Definition von „mathematical literacy“, die Sie im PISA-2000-Framework finden, ist allerdings deutlich hochtrabender:

Mathematical literacy is an individual’s capacity to identify and understand the role mathematics plays in the world, to make well-founded mathematical judgements and to engage in mathematics, in ways that meet the needs of that individual’s current and future life as a *constructive, concerned and reflective citizen*. (PISA Framework 2000; OECD, 2000)

Hier wird davon gesprochen, dass Lernende „die Rolle der Mathematik in der Welt identifizieren und erkennen“ und „mathematische fundierte Urteile“ als „konstruktive, interessierte und reflektierte Bürger“ abgeben können. Das ist einigermaßen abstrakt, wird nicht und kann meines Erachtens so direkt freilich auch nirgendwo in PISA überprüft werden. Erneut mit Lutz Führer (2000): Auch „mathematical literacy“ ist eben *regulative Idee*, allenfalls

Fernziel schulischer Bemühungen. Im Unterricht wird man an diesen Punkt nicht herankommen. Allenfalls kann man sich bemühen bzw. zum Ziel setzen, Grundlagen zu schaffen, die es dem Einzelnen dann erlauben – Interesse, Zeit, Muße und die richtigen Rahmenbedingungen vorausgesetzt –, sich im Erwachsenenleben im Sinne dieses Ideals beständig weiterzuentwickeln.

Anhand des PISA-2012-Frameworks könnte man nun meinen, dass diese Kritik aufgenommen wurde:

Mathematical literacy is an individual's capacity to formulate, employ, and interpret mathematics in a variety of contexts.

It includes reasoning mathematically and using mathematical concepts, procedures, facts and tools to describe, explain and predict phenomena. It assists individuals to recognise the role that mathematics plays in the world and to make the well-founded judgments and decisions needed by constructive, engaged and reflective citizens. (PISA Framework 2012; OECD, 2013)

Diese neue Definition beschreibt in den ersten beiden Sätzen konkreter, was die tatsächlich geprüfte „mathematical literacy“ beinhaltet (nämlich ein Umgehen mit mathematischen Begriffen und Verfahren in vielfältigen außermathematischen Kontexten, zur Beschreibung, Erklärung und Vorhersage von Phänomenen) und führt erst im dritten Satz als Begründung dieser „literacy“ an, dass diese Dinge im späteren Bürgerinnenleben dann eine Unterstützung sein können.

3.2 Kompetenzen

Diese »neue Bescheidenheit« wird allerdings durch den anstandslosen Gebrauch der Vokabel „Kompetenz“ in Mathematikdidaktik, empirischer Bildungsforschung und Bildungspolitik tendenziell wieder konterkariert. Wenn von „Modellierungskompetenz“ oder „Problemlösekompetenz“ auf Schüler(innen)seite bzw. „diagnostischer Kompetenz“ oder „professioneller Kompetenz“ auf Lehrpersonenseite geredet oder geschrieben wird legt das nahe, dass in Schule bzw. universitärer Lehrer(innen)bildung nicht nur unmittelbar praxisrelevantes Wissen, sondern sogar für das spätere Leben

oder den Beruf direkt verwertbare Fähigkeiten und Fertigkeiten, samt der „volitionalen Komponenten“ erworben werden könnten – und dass dies grosso modo auch durch entsprechende Testungen überprüfbar sei.

Der Begriff „Kompetenz“ verdiente durchaus genauerer Erörterung – diese bleibt erstaunlich oft aus. Ein prototypisches Beispiel: Ein Artikel von Timo Leuders (2014) zum Thema „Kompetenzmodellierung“ verwendet auf beeindruckenden 42 Seiten insgesamt noch beeindruckendere 328 mal die Vokabel »Kompetenz«⁵.

Zum Begriff Kompetenz heißt es hingegen eher lapidar: „Kompetenzmodellierungen zeichnen sich dadurch aus, dass sie als theoretischen Ausgangspunkt einen Kompetenzbegriff wählen (Weinert, 2001)“. Weinerts offenbar keiner weiteren mathematikdidaktischen Diskussion bedürftiger Kompetenzbegriff ist wie folgt bestimmt:

Die bei den Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten um Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können. (Weinert, 2001, S. 27f.)

Einer der eher wenigen von Proponenten des Kompetenzbegriffs verfassten Texte zu dessen Begriffsinhalt und Genese stammt von Eckhard Klieme und Johannes Hartig. Er benennt zwei Ursprünge: Die sprach- und kommunikationswissenschaftlichen Ansätze von Noam Chomsky und Jürgen Habermas. Und die psychologischen bzw. pädagogisch-psychologischen Ansätze von David McClelland und Heinrich Roth. Wobei zu Habermas und Roth außer einem Literaturverweis wieder nichts weiter angegeben ist. Also direkt weiter zu Chomsky.

Chomsky (1965) hatte sich nun ausgerechnet in Auseinandersetzung mit Schriften von Wilhelm von Humboldt (1836) damit beschäftigt, dass es Menschen möglich ist, von den „endlichen Mitteln“ der Sprache prinzipiell „unendlichen Gebrauch“ zu machen, bzw. etwas weniger blumig: Das prinzipiell begrenzte Sprach(meta)wissen eines Individuums (welches Chomsky „Kompetenz“ nennt)

⁵ Hier mag man mir eine gewisse Polemik vorwerfen: Es sei ja selbstverständlich, dass ein Text, in dem es um Kompetenzmodellierung geht das Wort dann häufig verwendet. Lassen wir daher Zahlen sprechen: Zum Vergleich führe ich meine eigene Dissertation (Vohns, 2007) an: Deren Thematik sind „grundlegende“ bzw. „fundamentale Ideen“. Der Text enthält auf 200 Seiten ganze 535 mal das Wort „Idee(n)“ und acht verschiedene, auf 70 Seiten eingehend dargestellte und gegeneinander abgewogene Versuche, den Begriffsinhalt von „grundlegenden Ideen“ zu bestimmen. Leuders kommt also im Vergleich (bereinigt um die Seitenlänge beider zu vergleichender Texte) auf einen Faktor von etwa 0,6 bei den Begriffsinhaltsbestimmungen (bzw. 0,02, wenn man die Ausführlichkeit der Begriffsinhaltsbestimmungen mit berücksichtigt) und einen Faktor 3 in der Verwendung der jeweiligen Vokabel. Damit sehe ich meine Hypothese als empirisch vorläufig nicht widerlegt an, dass der Text von Leuders *relativ* oft eine Vokabel verwendet, deren Begriffsinhalt *relativ* wenig erläutert wird.

ermöglicht es ihm, selbst solche Sätze zu verstehen und selbst zu bilden, die es vorher nie gehört hat. Diese (als innere Anlage verstandene) Kompetenz ist Grundlage für Performanz, das heißt erfolgreiches Sprachhandeln in unterschiedlichen Kontexten und Situationen. Wobei diese Kontexte und Situationen eben immer auch einen Einfluss auf den Erfolg des Sprachhandelns haben. Bei Chomsky realisiert nur der „ideale“ Sprecher in jeder beliebigen Situation das volle Potential seiner Kompetenz. Allerdings hat es diese Unterscheidung von *nicht* direkt wahrnehm- und überprüfbarer Kompetenz und nach außen sichtbarer, kontext- und situationsabhängiger *Performanz* leider gar nicht bis in die empirische Bildungswissenschaft herübergeschafft.

Als Vorvater des zweiten Ursprungs des Kompetenzbegriffs, der pragmatisch-funktionalen Testpsychologie, gilt gemeinhin David McClelland, der dieses Konstrukt 1973 als Alternative zu den in den USA seinerzeit populären, latent rassistischen und klassistischen Intelligenztests ins Spiel gebracht hat. McClelland (1973) ist erstens fest davon überzeugt, dass es kaum eine menschliche Eigenschaft gibt, die nicht durch Training oder Erfahrung verändert werden könnte (S. 8; er hat übrigens selbst solche Trainings angeboten). Für McClelland (1973) kann, zweitens, jede solche menschliche Eigenschaft, die zur Ausübung einer Berufstätigkeit erforderlich ist als „Kompetenz“ aufgefasst werden (S. 3; er war vor allem in der Wirtschaftsberatung unterwegs). Für Sägewerks-Azubis benennt er als ausgewählte Beispiele von insgesamt über fünfzig Einzelkompetenzen etwa ganz bodenständig „kann Winkel messen“ und „kann Werkzeuge wie etwa Hobel schärfen“. Damit zeichnet sich, drittens, bereits ab, dass „testing for competence“ aus pragmatischen Gründen vielleicht doch nicht ganz so berufs- und situationsspezifisch ausgelegt werden sollte, sondern man nach Gruppen von Karrierewegen clustern müsste (S. 9), wobei dann i. W. zwei Arten von Kompetenzen übrig bleiben:

- ganz klassische Kulturtechniken: Lesen, Schreiben, Rechnen
- und „Persönlichkeitsmerkmale“ wie Kommunikationsfähigkeit, Geduld, Fähigkeit zum Setzen realistischer Ziele und Ich-Entwicklung.

Viertens und letztens ist McClelland (1973) ein scharfzüngiger Kritiker von standardisierten pen-and-paper-Tests, da diese vom Testanden eben immer nur erwarten würden, die vorab vom Testersteller als richtig klassifizierte Lösung zu bestimmen, viel wichtiger sei aber das kreative Finden eigener Lösungen, an die die Testersteller noch gar nicht gedacht hätten und die sich in solchen Tests gar nicht äußern könnten (S. 11).

Wenn Ihnen da jetzt einiges anders als bei Chomsky (1965) oder als in der aktuellen Kom-

petenzorientierung vorkommt, dann sind Sie nicht allein. Klieme und Hartig (2008) halten fest, dass die beiden zentralen Kompetenzkonzepte, aus denen der heutige Kompetenzbegriff hervorgegangen ist, „sich antipodisch“ (S. 16) gegenüberstehen. Das, was in der Testpsychologie „Kompetenz“ heißt, wäre bei Chomsky eigentlich „Performanz“. Weiter heißt es, dass Kompetenzen sich als „kontextspezifische Leistungsdispositionen“ auf Situationen beziehen, deren Breite „zwischen spezifischen Kompetenzen und Schlüsselkompetenzen variieren“ (S. 17). Das ist eine erstaunliche Formulierung, da Schlüsselqualifikationen ja gemeinhin eher so verstanden werden, dass sie sich eben in sehr vielen Situationen aus ganz verschiedenen Kontexten einsetzen lassen. Beinahe noch erstaunlich ist, dass sich Klieme und Hartig ausdrücklich dem Urteil von Barrett und Depinet (1991, S. 16) anschließen: Es gibt bislang keine solide empirische Evidenz dafür, dass Kompetenztestungen in ihrer Vorhersagequalität für berufliche Bewährung valider sind als traditionelle kognitive Leistungsdiagnostik.

Mit Gelhard (2011) darf man noch hinzufügen: Die Kompetenzbewegung vertraut auch weiterhin auf von McClelland kritisierte, standardisierte Testverfahren, in denen kreative Problemlösung allenfalls als „theoretische Dekoration“ eine Rolle spielt.

Also nochmal zum Mitschreiben: Kompetenz ist entweder eine nicht direkt wahrnehmbare innere Anlage oder ein direkt wahrnehmbares Problemlösehandeln oder irgendwie beides, dieses Problemlösehandeln ist entweder spezifisch kontextgebunden oder auch nicht oder irgendwie beides. Es gibt keinen empirischen Beleg für die Überlegenheit des Kompetenzkonzepts gegenüber klassischer Leistungsdiagnostik. Und Kompetenzdiagnostik beruht auf genau den Testverfahren, die zu überwinden sie sich ursprünglich einmal zum Ziel gesetzt hatte.

Man verzeihe mir meine Skepsis, aber: Der von Kerstan (2011) beschworene breite Konsens, dass man Grundbildung in der Kernfächern der Schule weltweit vergleichbar messen kann, erscheint mir weit weniger Ergebnis auf empirischer Evidenz beruhender Theoriebildung, als viel mehr schlicht Axiom der empirischen Bildungsforschung – eine normative Setzung: Grundbildung kann und soll eben nur mehr sein, was sich mit den bevorzugten Verfahren messen lässt.

4 Die etwas andere Antwort: Thesen für und wider den Ablass der Bildung

Ich komme zum Schluss: Sie könnten geneigt sein zu fragen: Wo bleibt das Konstruktive? Oder: Wo ist eigentlich Dein Punkt? Da könnte ich dann Michel Foucault vorschicken:

My point is not that everything is bad, but that everything is dangerous, which is not exactly the same as bad. If everything is dangerous, then we always have something to do.
(Foucault, 1983/2010, S. 343)

Mein Punkt ist nicht, dass an den Transformationen des Bildungsbegriffs oder am Kompetenzbegriff alles schlimm ist, sondern dass alles beides, althergebrachtes hochtrabendes idealistisches Bildungsdenken genauso wie neues pragmatisch-positivistisches Kompetenztesten, potentiell gefährlich ist. Das hat durchaus ein „silver lining“, denn die Antwort auf die Frage nach dem Ausgang der Epoche mathematischer Bildung könnte dann lauten: Nicht, solange die Bedingung ihrer Möglichkeit ernsthaft bedacht wird.

Was das heißen könnte, will ich abschließend zu den angekündigten Thesen für und wider den Ablass der Bildung zuspitzen:

1. Die Bedingung der Möglichkeit von „mathematischer Bildung“ bzw. „mathematischer Allgemeinbildung“ oder ggf. „mathematical literacy“ ernsthaft zu bedenken heißt, sich mit deren Charakter als regulativen Ideen (Führer) zu arrangieren – alles andere ist im Sinne Damerows Ideologie.

Wir können als Mathematikdidaktiker(innen) und oder als Mathematiklehrer(innen) durch Mathematikunterricht ebenso wenig gewährleisten, dass Lernende zu „konstruktiven, interessierten und reflektierten Bürgerinnen oder Bürgern“ werden oder zu entscheidungskompetenten Laien, welche effektiv die Expertinnen kontrollieren können, wie der Mathematikunterricht des 19. und frühen 20. Jahrhunderts nicht gewährleisten konnte, dass die Lernenden „Gesinnung und Charakter“ ausbilden konnten und dann einmal „gute und anständige Menschen und Bürger“ wurden.

Aber wir können uns vielleicht bemühen, unser Möglichstes zu tun, den Lernenden im Sinne Wenigers und Klafkis ein wohl überlegtes „Angebot“ zu machen, ihnen eine – mit Winter gesagt –, Erfahrung davon zu ermöglichen, was Mathematik sein kann, was sie für die Menschen und die Gesellschaft bedeuten kann, warum es sich lohnen kann, sich auf sie einzulassen und wo es besser sein kann, sich ihrer Anwendung zu verweigern.

2. Arrangiert man sich mit dem Charakter von „mathematischer (Allgemein-)Bildung“ bzw. „mathematical literacy“ als regulativen Ideen, so bleibt die schon von Hans-Georg Steiner beschriebene „false dichotomy“ von Reiner Mathematik und Angewandter Mathematik auch weiterhin eine solche – nämlich falsche.
Im Zuge der in den letzten Mitteilungen der GDM schon thematischen diversen Brand- und

Löschbriefe sowie einiger weiterer Artikel, die im Laufe meiner Zeit als Schriftführer in der Rubrik „Diskussion“ erschienen sind, klappt dieser Widerstreit zwischen Modellbildung und Anwendungen einerseits und Rechenfähigkeiten und innermathematischer Systematik andererseits wieder ziemlich auf. Allgemeinbildend, auch bürgerlich bildend, wirksam werden kann aber allenfalls das *Spannungsverhältnis von Lebenswirklichkeit und fachlicher Systematik*, wie es Winter (1990) formuliert hat. Es gibt da kein einfaches „entweder-oder“, nur die *im einzelnen diffizile Frage* nach dem richtigen „Mischungsverhältnis“.

3. Mit Blick auf Realitätsbezüge gilt im Sinne von mathematischer Bildung, Allgemeinbildung oder mathematical literacy nicht „Viel hilft Viel“ (Volksmund) sondern „jedes Mehr (muss) ein Tiefer oder Gründlicher sein“ (Steinberg), was den „mathematisch-sachkundlichen Doppelcharakter“ (Winter) angeht.

Ich denke, wir tun weder den Anwendungen, noch der „mathematical literacy“ einen Gefallen damit, wenn wir lauter Anwendungen in den Unterricht hereinnehmen, die entweder völlig schief dargestellt oder eben gar nicht wirklich sachkundlich geklärt werden.

4. „Mathematik verstehen“ als „Menschenrecht“ (Wagenschein) und „Bürgerpflicht“ (Winter) wird weder ein „Zurück zu (sinnentleerten) Kalkülen“ noch eine Schwierigkeiten vermeiden wollende „No Math“-Bewegung (Kaenders) einlösen können.

Hier beziehe ich mich nochmal auf die Brand- und Löschbriefe des letzten Jahres: Ich gestehe nämlich beiden Seiten durchaus zu, dass sie um den Mathematikunterricht und das Verstehen von Mathematik bemüht sind. Die Frage der Allgemeinbildung wird sich aber wohl einerseits nicht daran entscheiden, ob jemand außer ganz-rationalen Funktionen auch gebrochen rationale ableiten kann und ob er auch partiell und durch Substitution integrieren kann oder händisch nur einfache Funktionen, den Rest nur mit Computerhilfe. Und andererseits ist es der Verstehensförderung und der gegenseitigen sachkundlich-mathematischen Aufklärung wohl auch wenig dienlich, wenn im Zuge einer gut gemeinten aber schlecht gemachten Schwierigkeiten vermeiden wollenden Verständlichkeitsförderung die manchmal eben einfach schwierigen begrifflichen Grundlagen und innermathematischen Zusammenhänge soweit reduziert werden, dass dann doch nur wieder einen unzusammenhängender Werkzeugkasten für im Zweifelsfall auch nicht besonders sinnvolle Pseudo-Anwendungsaufgaben übrig bleibt – eine „Aufgabendidaktik 4.0“ braucht nun wirklich keiner.

5. Ernsthaft an „Professionalisierung“ von Lehrpersonen interessierte universitäre Mathematik und Mathematikdidaktik täten gut daran, die von ihnen (mit Oevermann (1996/2016, S. 149) gesagt) „lizenzierten Wissensreviere“ ganz im Sinne des Zitats von Klafki (1995, S. 393) zu Erich Wenigers Vorstellung von Bildung nicht einfach sakrosankt zu setzen. Mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen und Können wären demnach „nicht als normativ verbindliche Verpflichtung“ zu sehen, sondern „vielmehr als in der bildenden Begegnung glaubhaft zu repräsentierendes ‚Angebot‘, angesichts dessen“ auch Lehrpersonen „zu ihren eigenen Interessen, Wertungen, Entscheidungen finden sollten“ (a. a. O.).

Literatur

- Adorno, T. W. (1959). Theorie der Halbbildung. In T. W. Adorno & R. Tiedemann (Hrsg.), *Gesammelte Schriften* (S. 93–121). Frankfurt am Main: Suhrkamp.
- Barrett, G. V. & Depinet, R. L. (1991). A Reconsideration of Testing for Competence Rather than for Intelligence. *American Psychologist*, 46(10), 1012–1024.
- Chomsky, N. (1965). *Aspects of the Theory of Syntax*. Massachusetts: MIT Press.
- Cockcroft, W. H. (Hrsg.). (1982). *Mathematics counts: Report of the Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools* (6. impr. 1986). London: Her Majesty's Stationery Office. Zugriff unter <https://goo.gl/gA93Y8>
- Crouch, C. (2015). *Die bezifferte Welt: Wie die Logik der Finanzmärkte das Wissen bedroht* (2. Aufl.). Berlin: Suhrkamp.
- Crowther, G. (Hrsg.). (1959). *15 to 18: A Report of the Central Advisory Council for Education (England)* (1. impr.). London: Her Majesty's Stationery Office. Zugriff unter <https://goo.gl/HXmhRx>
- Dahmer, I. & Klafki, W. (Hrsg.). (1968). *Geisteswissenschaftliche Pädagogik am Ausgang ihrer Epoche – Erich Weniger*. Weinheim, Berlin: Beltz.
- Dahrendorf, R. (1965). *Bildung ist Bürgerrecht: Plädoyer für eine aktive Bildungspolitik*. Die Zeit-Bücher. Hamburg: Nannen-Verl.
- Damerow, P. (1979). Ideologie. In D. Volk (Hrsg.), *Kritische Stichwörter zum Mathematikunterricht* (S. 114–127). München: Fink.
- Fischer, R. (1984). Unterricht als Prozeß der Befreiung vom Gegenstand – Visionen eines neuen Mathematikunterrichts. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 5(1), 51–85.
- Fischer, R. (2001). Höhere Allgemeinbildung. In R. Aulke, A. Fischer-Buck, & K. Garnitschnig (Hrsg.), *Situation – Ursprung der Bildung* (S. 151–161). Norderstedt: Fischer.
- Fischer, R. (2012). Fächerorientierte Allgemeinbildung: Entscheidungskompetenz und Kommunikationsfähigkeit mit ExpertInnen. In R. Fischer, U. Greiner, & H. Bastel (Hrsg.), *Domänen fächerorientierter Allgemeinbildung* (S. 9–17). Linz: Trauner.
- Foucault, M. (2010). On the Genealogy of Ethics: An Overview of Work in Progress. In M. Foucault & P. Rabinow (Hrsg.), *The Foucault Reader* (S. 340–372). New York: Vintage Books. (Original veröffentlicht 1983)
- Führer, L. (2000). Dreihundert Jahre Theorie des öffentlichen Mathematikunterrichts in Deutschland: Manuskript eines Vortrags gehalten im Rahmen der 34. Jahrestagung der GDM in Potsdam. Zugriff unter <https://goo.gl/Dr9mwT>
- Gal, I. (2002). Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique*, 70(1), 1–25.
- Gelhard, A. (2011). *Kritik der Kompetenz*. Zürich: Diaphanes.
- Gellert, U. & Jablonka, E. (Hrsg.). (2007). *Mathematisation and demathematisation: Social, philosophical and educational ramifications*. Rotterdam: Sense Publ.
- Gellert, U., Jablonka, E., & Keitel, C. (2010). Mathematical Literacy and Common Sense in Mathematics Education. In B. Atweh, H. Forgasz, & B. Nebres (Hrsg.), *Sociocultural Research on Mathematics Education* (S. 57–73). New York, NY: Routledge. (Original veröffentlicht 2001)
- Gilardi, F. & Braun, D. (2002). Delegation aus der Sicht der Prinzipal-Agent-Theorie. *Politische Vierteljahresschrift*, 43(1), 147–161.
- Heymann, H. W. (2014). Stojanovs Rekonstruktion des Bildungsbegriffs kritisch hinterfragt. *Erwägen, Wissen, Ethik*, 25(2), 247–250.
- Humboldt, W. v. (1836). *Über die Verschiedenheit des menschlichen Sprachbaues und ihren Einfluss auf die geistige Entwicklung des Menschengeschlechts*. Berlin: Dümmler. Zugriff unter <https://goo.gl/6rGnhH>
- Humboldt, W. v. (1851). *Ideen zu einem Versuch, die Grenzen der Wirksamkeit des Staats zu bestimmen*. Breslau: Trewendt. Zugriff unter <https://goo.gl/YtqPCY>. (Original veröffentlicht 1792)
- Humboldt, W. v. (1971). Bericht der Sektion des Kultus und Unterrichts. 1. Dezember 1809. In K. Müller-Vollmer (Hrsg.), *Wilhelm von Humboldt: Studienausgabe in 3 Bänden* (S. 142–152). Frankfurt a. M.: Fischer. (Original veröffentlicht 1809)
- Humboldt, W. v. (2017). Der Königsberger und der Litauische Schulplan. In G. Lauer (Hrsg.), *Wilhelm von Humboldt: Schriften zur Bildung* (S. 110–142). Ditzingen: Reclam Verlag. (Original veröffentlicht 1809)
- Jablonka, E. (2003). Mathematical Literacy. In A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Hrsg.), *Second International Handbook of Mathematics Education* (S. 75–102). Dordrecht: Springer Netherlands.
- Jahnke, H. N. (1990). *Mathematik und Bildung in der Humboldtschen Reform*. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Jensen, M. C. & Meckling, W. H. (1976). Theory of the Firm: Managerial Behavior, Agency Costs and Ownership Structure. *Journal of Financial Economics*, 3(4), 305–360.

- Keitel, C., Kotzmann, E., & Skovsmose, O. (1993). Beyond the Tunnel Vision: Analysing the Relationship Between Mathematics, Society and Technology. In C. Keitel & K. Ruthven (Hrsg.), *Learning from Computers: Mathematics Education and Technology* (S. 243–279). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
- Kerstan, T. (2011). Der heilsame Schock: Zehn Jahre nach der Veröffentlichung der ersten Pisa-Studie. Was bleibt? *Die Zeit*, (49/2011). Zugriff unter <https://goo.gl/5QL5Yh>
- Klafki, W. (1995). Zur Geisteswissenschaftlichen Pädagogik Erich Wenigers. *Zeitschrift für Pädagogik*, 41(3), 391–394. Zugriff unter <https://goo.gl/FdMiKH>
- Klieme, E. & Hartig, J. (2008). Kompetenzkonzepte in den Sozialwissenschaften und im erziehungswissenschaftlichen Diskurs. In M. Prenzel, I. Gogolin, & H.-H. Krüger (Hrsg.), *Kompetenzdiagnostik* (S. 11–29). Zeitschrift für Erziehungswissenschaft. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Koller, H.-C. (2012). *Bildung anders denken: Einführung in die Theorie transformatorischer Bildungsprozesse*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Krüger, K. (2000). *Erziehung zum funktionalen Denken: Zur Begriffsgeschichte eines didaktischen Prinzips*. Berlin: Logos-Verl.
- Leuders, T. (2014). Modellierungen mathematischer Kompetenzen – Kriterien für eine Validitätsprüfung aus fachdidaktischer Sicht. *JMD*, 35(1), 7–48.
- McClelland, D. C. (1973). Testing for Competence Rather than for 'Intelligence'. *American Psychologist*, 28(1), 1–14.
- OECD. (2000). *Measuring Student Knowledge and Skills: The PISA 2000 Assessment of Reading, Mathematical and Scientific Literacy*. Paris: OECD.
- OECD. (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. Paris: OECD.
- Oevermann, U. (2016). Theoretische Sätze einer revidierten Theorie professionalisierten Handelns. In A. Combe & W. Helsper (Hrsg.), *Pädagogische Professionalität* (8. Auflage, S. 70–182). Frankfurt am Main: Suhrkamp. (Original veröffentlicht 1996)
- Porter, T. M. (1996). *Trust in Numbers: The Pursuit of Objectivity in Science and Public Life* (2. print. and 1. paperback print). Princeton NJ: Princeton Univ. Press.
- Ricken, N. (2006). *Die Ordnung der Bildung: Beiträge zu einer Genealogie der Bildung*. Wiesbaden: VS Verl. für Sozialwiss.
- Schubring, G. (1990). Zur strukturellen Entwicklung der Mathematik an den deutschen Hochschulen 1800–1945. In W. Scharlau (Hrsg.), *Mathematische Institute in Deutschland 1800–1945* (S. 264–278). Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag.
- Schubring, G. (2007). Der Aufbruch zum „funktionalen Denken“: Geschichte des Mathematikunterrichts im Kaiserreich. *NTM International Journal of History and Ethics of Natural Sciences, Technology and Medicine*, 15(1), 1–17.
- Ullmann, P. (2008). *Mathematik, Moderne, Ideologie: Eine kritische Studie zur Legitimität und Praxis der modernen Mathematik*. Konstanz: UVK-Verl.-Ges.
- Vohns, A. (2007). *Grundlegende Ideen und Mathematikunterricht: Entwicklung und Perspektiven einer fachdidaktischen Kategorie*. Norderstedt: Books on Demand.
- Vohns, A. (2016). Welche Fachlichkeit braucht allgemeine Bildung? Überlegungen am Beispiel des Mathematikunterrichts. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 42(100), 35–42. Zugriff unter <https://goo.gl/D4BmcU>
- Weinert, F. E. (2001). Vergleichende Leistungsmessung in Schulen – eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In F. E. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessungen in Schulen* (S. 17–31). Weinheim [u. a.]: Beltz.
- Winter, H. (1975). Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht? *ZDM*, (7), 106–116.
- Winter, H. (1990). Bürger und Mathematik. *ZDM*, 22(4), 131–147.
- Winter, H. (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der GDM*, (61), 37–46. Zugriff unter <https://goo.gl/jXR5qG>

Andreas Vohns, Alpen-Adria-Universität Klagenfurt
Email: andreas.vohns@aau.at